

**701 Analyse**  
**35h CM + 35h TD**

- Rappels sur les espaces de Lebesgue (inégalité de Hölder, Minkowski, théorème de Riesz-Fisher, etc.).
- Espaces de Hilbert (rappels, théorème de Riesz, définition de l'adjoint, convergence faible, théorème de diagonalisation des endomorphismes autoadjoints compacts).
- Transformation de Fourier et convolution (définition, propriétés, prolongement à l'espace des fonctions de carré intégrable, caractère isométrique, convolution, ...).
- Distributions tempérées

**702 Statistiques et probabilités**  
**24h CM + 30h TD + 6h TP**

- Vecteurs gaussiens. Théorèmes Central Limite dans  $\mathbb{R}^d$ . Lois du Khi-deux, de Student, de Fischer.
- Espérance conditionnelle. Construction, propriétés, calculs (cas des vecteurs aléatoires).
- Estimation ponctuelle et par intervalle de confiance. Exemples de méthodes d'estimation : méthode des moments et du maximum de vraisemblance. Propriétés d'un estimateur et comparaison d'estimateurs.
- Tests usuels du modèle gaussien ou asymptotiques : test sur les moyennes, test du Khi-deux.
- Modèle linéaire gaussien. Régression linéaire simple.
- TP statistique en R. Prise en main du logiciel, statistique descriptive, illustration du contenu du cours.

**703 Anglais**  
**30h TPL**

Anglais littéraire et scientifique. Communication écrite et orale. Compétences du CLES 2 (ou d'une certification équivalente) ou du TOEIC qui pourront être présentés dans l'année.

## 704 Calcul différentiel – EDO – Calcul matriciel

### *EC1 Equations différentielles et calcul différentiel* *18h CM + 18h TD*

A- Equations différentielles ordinaires :

- théorème de Cauchy-Lipschitz: démonstration et exemples ;  
la version avec paramètres :  $y'(t)=H(t,y(t),s)$  pourra être traitée en TD.
- étude qualitative des EDO.
- champs de vecteurs et leur flot dans des ouvert de  $\mathbb{R}^n$  ; exemples.
- étude théorique de schémas en temps.

B- Théorème de Stokes dans le plan (Théorème de Green);

Démonstration pour des compacts à bord lisse par morceaux ;

Applications.

### *EC2 Calcul matriciel* *12h CM + 12h TP*

- Factorisations matricielles : LU et QR.
- Réduction en valeurs singulières d'une matrice rectangulaire (SVD).
- Applications (données, analyse d'image, statistique, ...).
- Application aux problèmes de moindres carrés et à l'inverse de Moore-Penrose.
- Produit de Kronecker. Applications à l'approximation matricielle de petit rang.

**705 Algèbre et géométrie**  
**30h CM + 30h TD**

Groupes finis:

- (1) produits directs, produit semi-direct et extensions de groupes ;
- (2) groupes symétriques, groupes alternés (peut-être qu'en fait cela sera traité en L3), groupes diédraux ;
- (3) groupes de petit cardinal.

Représentation des groupes finis:

- (1) complète réductibilité, lemme de Schur ;
- (2) caractères, propriétés d'intégralité et relation d'orthogonalité ;
- (3) convolution, transformée de Fourier dans le cas des groupes finis abéliens (si le temps le permet, on pourra évoquer le cas non commutatif) ;
- (4) fonctions centrales, tables de caractères.

Topologie quotient:

- (1) quelques notions de topologie générale, topologies séparées, compacité, connexité ;
- (2) Topologie quotient :
  - définition ; continuité des applications obtenues par passage au quotient.
  - critères de séparabilité
  - exemples (notamment les espaces projectifs réels et complexes).
  - si le temps le permet, on pourra sur des exemples concrets introduire la notion de carte.
- (3) exemples d'applications aux actions de groupes et aux espaces homogènes

Sous-groupes classiques de  $GL_n(\mathbb{R})$  et  $GL_n(\mathbb{C})$ :

- (1) topologie de  $GL_n(\mathbb{R})$  et  $GL_n(\mathbb{C})$ , exponentielle, connexité.
- (2) sous-groupes orthogonaux et unitaires :
  - rappels et étude topologique de  $O(n)$ ,  $SO(n)$ ,  $U(n)$  et  $SU(n)$  ; compacité et connexité.
  - exponentielles de matrices antihermitiennes et antisymétriques.
  - rappels sur les isométries linéaires de l'espace ; réduction dans  $SO(n)$  ; générateurs de  $O(n)$ .
- (3) si le temps le permet, on pourra choisir d'approfondir ce thème, par exemple en poursuivant par l'étude de quelques isomorphismes exceptionnels (entre autres) :
  - quaternions,  $SU(2)$  et  $SU(2) \rightarrow SO(3)$  ;
  - $SO(4)$  ;
  - $SO(3)$  et  $P_3(\mathbb{R})$  sont homéomorphes.

## **706 Optimisation – Algorithmique**

### ***EC1 Optimisation 1***

***12h CM + 8h TD + 10h TP***

1. Introduction aux problèmes d'optimisation,
2. Programmation non-linéaire sans contraintes – aspects théoriques, méthodes de gradient, méthodes de quasi-Newton,
3. Introduction à la programmation non-linéaire avec contraintes – aspects théoriques, relations de Kuhn et Tucker.
4. Divers exemples, y compris ceux du domaine de l'apprentissage statistique, seront traités en travaux pratiques.

### ***EC2 Algorithmique***

***10h CM + 20h TD***

1. Algorithmique et programmation.
2. Structures de données, algorithmes de base.
3. Bases de données.
4. Programmation.