

701 Analyse
35h CM + 35h TD

- Rappels sur les espaces de Lebesgue (inégalité de Hölder, Minkowski, théorème de Riesz-Fisher, etc.).
- Espaces de Hilbert (rappels, théorème de Riesz, définition de l'adjoint, convergence faible, théorème de diagonalisation des endomorphismes autoadjoints compacts).
- Transformation de Fourier et convolution (définition, propriétés, prolongement à l'espace des fonctions de carré intégrable, caractère isométrique, convolution, ...).
- Distributions tempérées

702 Statistiques et probabilités
24h CM + 30h TD + 6h TP

- Vecteurs gaussiens. Théorèmes Central Limite dans \mathbb{R}^d . Lois du Khi-deux, de Student, de Fischer.
- Espérance conditionnelle. Construction, propriétés, calculs (cas des vecteurs aléatoires).
- Estimation ponctuelle et par intervalle de confiance. Exemples de méthodes d'estimation : méthode des moments et du maximum de vraisemblance. Propriétés d'un estimateur et comparaison d'estimateurs.
- Tests usuels du modèle gaussien ou asymptotiques : test sur les moyennes, test du Khi-deux.
- Modèle linéaire gaussien. Régression linéaire simple.
- TP statistique en R. Prise en main du logiciel, statistique descriptive, illustration du contenu du cours.

703 Anglais
30h TPL

Anglais littéraire et scientifique. Communication écrite et orale. Compétences du CLES 2 (ou d'une certification équivalente) ou du TOEIC qui pourront être présentés dans l'année.

704 Calcul différentiel – EDO – Calcul matriciel

EC1 Equations différentielles et calcul différentiel *18h CM + 18h TD*

A- Equations différentielles ordinaires :

- théorème de Cauchy-Lipschitz: démonstration et exemples ;
la version avec paramètres : $y'(t)=H(t,y(t),s)$ pourra être traitée en TD.
- étude qualitative des EDO.
- champs de vecteurs et leur flot dans des ouvert de \mathbb{R}^n ; exemples.
- étude théorique de schémas en temps.

B- Théorème de Stokes dans le plan (Théorème de Green);

Démonstration pour des compacts à bord lisse par morceaux ;

Applications.

EC2 Calcul matriciel *12h CM + 12h TP*

- Factorisations matricielles : LU et QR.
- Réduction en valeurs singulières d'une matrice rectangulaire (SVD).
- Applications (données, analyse d'image, statistique, ...).
- Application aux problèmes de moindres carrés et à l'inverse de Moore-Penrose.
- Produit de Kronecker. Applications à l'approximation matricielle de petit rang.

705 Algèbre et géométrie
30h CM + 30h TD

Groupes finis:

- (1) produits directs, produit semi-direct et extensions de groupes ;
- (2) groupes symétriques, groupes alternés (peut-être qu'en fait cela sera traité en L3), groupes diédraux ;
- (3) groupes de petit cardinal.

Représentation des groupes finis:

- (1) complète réductibilité, lemme de Schur ;
- (2) caractères, propriétés d'intégralité et relation d'orthogonalité ;
- (3) convolution, transformée de Fourier dans le cas des groupes finis abéliens (si le temps le permet, on pourra évoquer le cas non commutatif) ;
- (4) fonctions centrales, tables de caractères.

Topologie quotient:

- (1) quelques notions de topologie générale, topologies séparées, compacité, connexité ;
- (2) Topologie quotient :
 - définition ; continuité des applications obtenues par passage au quotient.
 - critères de séparabilité
 - exemples (notamment les espaces projectifs réels et complexes).
 - si le temps le permet, on pourra sur des exemples concrets introduire la notion de carte.
- (3) exemples d'applications aux actions de groupes et aux espaces homogènes

Sous-groupes classiques de $GL_n(\mathbb{R})$ et $GL_n(\mathbb{C})$:

- (1) topologie de $GL_n(\mathbb{R})$ et $GL_n(\mathbb{C})$, exponentielle, connexité.
- (2) sous-groupes orthogonaux et unitaires :
 - rappels et étude topologique de $O(n)$, $SO(n)$, $U(n)$ et $SU(n)$; compacité et connexité.
 - exponentielles de matrices antihermitiennes et antisymétriques.
 - rappels sur les isométries linéaires de l'espace ; réduction dans $SO(n)$; générateurs de $O(n)$.
- (3) si le temps le permet, on pourra choisir d'approfondir ce thème, par exemple en poursuivant par l'étude de quelques isomorphismes exceptionnels (entre autres) :
 - quaternions, $SU(2)$ et $SU(2) \rightarrow SO(3)$;
 - $SO(4)$;
 - $SO(3)$ et $P_3(\mathbb{R})$ sont homéomorphes.

706 Optimisation – Algorithmique

EC1 Optimisation 1

12h CM + 8h TD + 10h TP

1. Introduction aux problèmes d'optimisation,
2. Programmation non-linéaire sans contraintes – aspects théoriques, méthodes de gradient, méthodes de quasi-Newton,
3. Introduction à la programmation non-linéaire avec contraintes – aspects théoriques, relations de Kuhn et Tucker.
4. Divers exemples, y compris ceux du domaine de l'apprentissage statistique, seront traités en travaux pratiques.

EC2 Algorithmique

10h CM + 20h TD

1. Algorithmique et programmation.
2. Structures de données, algorithmes de base.
3. Bases de données.
4. Programmation.